数学Ⅰ・数学A

問　題	選択方法
第1問	必　　答
第2問	必　　答
第3問	いずれか1問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	

第１問 （必答問題） （配点 40）

〔1〕 a を定数とし，x の２次関数

$$y = x^2 - 2(a+2)x + a^2 - a + 1$$

のグラフを G とする。

(1) グラフ G と y 軸との交点の y 座標を Y とする。Y の値が最小になるのは $a = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ のときで，最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。このときグラフ G は x 軸と異なる２点で交わり，その交点の x 座標は，

$$\frac{\boxed{\text{オ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

(2) グラフ G が y 軸に関して対称になるのは $a = -\boxed{\text{ケ}}$ のときで，このときのグラフを G_1 とする。

グラフ G が x 軸に接するのは $a = -\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ のときで，このときのグラフを G_2 とする。

グラフ G_1 を x 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$，$y$ 軸方向に $\boxed{\text{セソ}}$ だけ平行移動するとグラフ G_2 に重なる。

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

〔2〕 大小2個のさいころを投げ，出た目の数をそれぞれ a，b とし，2次関数 $y = x^2 - \dfrac{b-2}{a}$ のグラフを C とする。

(1) グラフ C と x 軸との共有点の個数が0個である確率(すなわちグラフ C が x 軸と共有点をもたない確率)は $\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ であり，共有点の個数が1個である確率は $\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$，共有点の個数が2個である確率は $\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

(2) グラフ C と x 軸との共有点の個数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(3) グラフ C と x 軸とが共有点をもち，かつ共有点の x 座標がすべて整数となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ である。

第2問 (必答問題) (配点 40)

〔1〕 a, b を実数とし, x の整式

$$A = x^4 + (a^2 - a - 1)x^2 + (-a^2 + b)x + b^3$$

$$B = x^2 - x - a$$

を考える。A を B で割った商を Q, 余りを R とすると,

$$Q = x^2 + x + a^{\boxed{\text{ア}}}$$

$$R = (a + b)x + a^{\boxed{\text{イ}}} + b^{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(1) $R = x + 7$ のとき，$a = \boxed{\text{エ}}$ または $a = \boxed{\text{オカ}}$ である。

(2) $\boxed{\text{キ}}$ と $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，下の⓪〜③のうちから一つずつ選べ。

(i) $a < -\dfrac{1}{2}$ は，すべての実数 x に対して $Q > 0$ となるための $\boxed{\text{キ}}$。

(ii) $a + b = 0$ は，A が B で割り切れるための $\boxed{\text{ク}}$。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが十分条件ではない

② 十分条件であるが必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

〔2〕 線分 AB を直径とする半円周上に 2 点 C，D があり，

$$\mathrm{AC} = 2\sqrt{5},\ \mathrm{AD} = 8,\ \tan\angle\mathrm{CAD} = \frac{1}{2}$$

であるとする。

このとき，

$$\cos\angle\mathrm{CAD} = \frac{\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$$

$$\mathrm{CD} = \boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第 2 問は次ページに続く。）

さらに,

$\triangle$ADC の面積は $\boxed{\text{セ}}$

AB = $\boxed{\text{ソタ}}$

である。

第3問 （選択問題） （配点　20）

(1) 数列$\{a_n\}$の初項から第n項までの和$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$が

$$S_n = -n^2 + 24n \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で与えられるものとする。このとき$a_1 = \boxed{\text{アイ}}$，$a_2 = \boxed{\text{ウエ}}$である。また$a_n < 0$となる自然数nの値の範囲は$n \geqq \boxed{\text{オカ}}$であり，

$$\sum_{k=1}^{40} |a_k| = \boxed{\text{キクケ}}$$

となる。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(2) 初項1，公比3の等比数列を$\{b_k\}$とおく。各自然数nに対して，$b_k \leqq n$を満たす最大のb_kをc_nとおく。例えば，$n=5$のとき

$$b_2=3,\ b_3=9 \quad \text{であり} \quad b_1<b_2 \leqq 5<b_3<b_4<\cdots\cdots$$

なので$c_5=b_2=3$である。

(i) $c_{10}=\boxed{\text{コ}}$であり，$c_n=27$である自然数nは全部で$\boxed{\text{サシ}}$個ある。

(ii) $\displaystyle\sum_{k=1}^{30} c_k=\boxed{\text{スセソ}}$である。

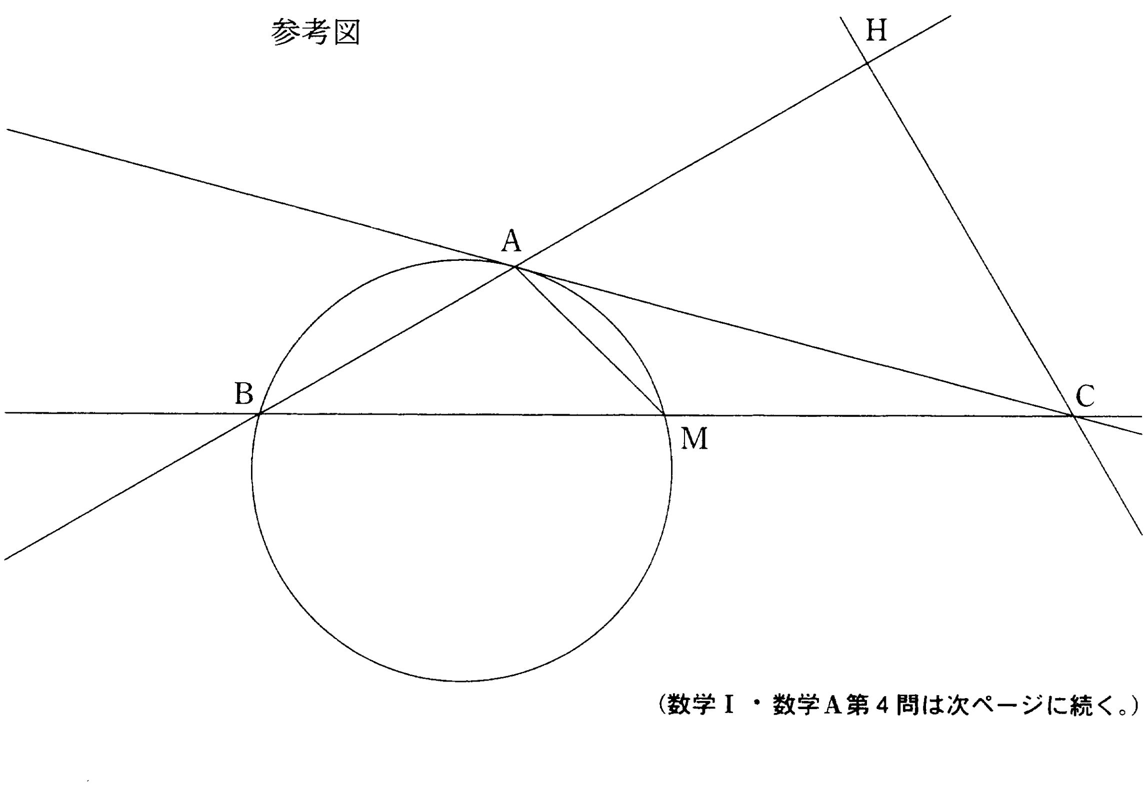
第4問 (選択問題) (配点 20)

△ABC において，∠A は鈍角で，$\angle B = 30^\circ$ である。点 C から直線 AB に引いた垂線と直線 AB との交点を H とする。辺 BC の中点を M とし，直線 AC は 3 点 A，B，M を通る円と点 A で接しているとする。

下の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ については，最も適当なものを次の⓪～Ⓕのうちから一つずつ選べ。

⓪ 鋭角三角形	① 直角二等辺三角形	② 二等辺三角形
③ 正三角形	④ 直角三角形	
⑤ ABC	⑥ AMB	⑦ HMC
⑧ MAB	⑨ MCA	
Ⓐ AB	Ⓑ AC	Ⓒ AM
Ⓓ BC	Ⓔ BH	Ⓕ CH

参考図



(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

直角三角形HBCにおいて$\angle HBC = 30^\circ$なので，$BC = 2$ $\boxed{\text{ア}}$である。一方$\angle MAC = \angle$ $\boxed{\text{イ}}$なので，$\triangle MAC$と$\triangle$ $\boxed{\text{イ}}$は相似になる。したがって

$$AC^2 = MC \cdot \boxed{\text{ウ}}$$

となる。Mは辺BCの中点なので

$$AC = \sqrt{\boxed{\text{エ}}}\ CH$$

が成り立つ。したがって$\triangle HAC$は$\boxed{\text{オ}}$であり，$\angle AMB = \boxed{\text{カキ}}^\circ$となる。

ACとHMの交点をK，直線BKとHCの交点をLとする。$\triangle HBK$と$\triangle BCK$の面積比は$HL : LC$であり，$\triangle CHK$と$\triangle BCK$の面積比は

$$\triangle CHK : \triangle BCK = HA : \boxed{\text{ク}}$$

である。また，Mは辺BCの中点だから，$\triangle HBK$と$\triangle CHK$の面積は等しい。ゆえに，$HL : LC = HA : \boxed{\text{ク}}$が成り立つ。

したがって$\triangle HAL$と$\triangle HBC$の面積比は

$$\triangle HAL : \triangle HBC = 1 : \boxed{\text{ケ}}$$

となる。

第5問 (選択問題) (配点 20)

次のプログラムを考える。ただし，Nには自然数を入力するものとする。また，INT(X) はXを超えない最大整数を与える関数である。

```
100 INPUT "N="; N
110 IF N>9 THEN GOTO 230
120 FOR A=1 TO N
130   FOR B=1 TO N
140     IF B=2*INT(B/2) THEN GOTO 210
150     IF B=A THEN GOTO 210
160       FOR C=1 TO N
170         IF C=A THEN GOTO 200
180         IF C=B THEN GOTO 200
190         PRINT 100*A+10*B+C
200       NEXT C
210   NEXT B
220 NEXT A
230 END
```

(数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。)

(1) 上のプログラムを実行し，N=? に 3 を入力すると，3 桁(けた)の数が $\boxed{ア}$ 個表示される。特に，2 番目に表示される 3 桁の数は $\boxed{イウエ}$ である。

(2) 上のプログラムを実行し，N=? に 5 を入力すると，150 行は $\boxed{オカ}$ 回実行され，$\boxed{イウエ}$ は $\boxed{キ}$ 番目に表示される。

(3) 上のプログラムの 160 行と 180 行を，それぞれ次のように書き直す。

```
160  FOR C=B TO N
180    IF C=B*INT(C/B) THEN GOTO 200
```

変更したこのプログラムを実行し，N=? に 7 を入力する。このとき，表示される 3 桁の数のうち，最大の数は $\boxed{クケコ}$ であり，300 以上 500 以下の数は $\boxed{サ}$ 個である。